

二軸応力状態下でのアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動

若松 宣一^{1,2} · 大元 秀一² · 土井 豊²

朝日大学・歯学部・数学¹

朝日大学・歯学部・口腔機能修復学講座・歯科理工学分野²

Behaviour of Fatigue Crack Propagation of Apatite Ceramics under Biaxial Stress State

Nobukazu WAKAMATSU^{1,2}, Syuuichi OOMOTO² and Yutaka DOI²

Mathematics, Asahi University School of Dentistry¹

Department of Dental Materials Science,

Division of Oral Functional Science and Rehabilitation,

Asahi University School of Dentistry²

要 旨

生体内においてアパタイトセラミックスのようなバイオセラミックスは、一軸応力状態よりもむしろ多軸応力状態下で破壊を起こすと考えられる。従って、破壊の予測理論を確立するためには、多軸応力状態下でのバイオセラミックスの破壊の条件を明らかにすることが重要である。さらに、アパタイトセラミックスは水の存在下で亀裂がゆっくりと成長する、いわゆる Subcritical crack growth により疲労破壊を起こすことが知られている。しかし、多軸応力状態下での疲労破壊のメカニズムや破壊のクライテリオンも明らかではない。そこで本研究では、3個のヌープ圧痕を導入した Flattened diametral compression 試験体を用いて、二軸応力状態（圧縮－引張り）下でのアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動を観察した。この試験法では、ヌープ圧痕と圧縮荷重軸との角度を適切に選択することにより、モードIからモードIIの範囲の混合モード荷重条件下での疲労破壊を調べることができる。市販のアパタイト粉末を加圧成形後、種々の温度で焼結しアパタイトセラミックスを作製した。混合モード荷重条件下での疲労亀裂の進展挙動の観察から、Subcritical crack growth の初期段階では、亀裂はせん断応力が最大となる方向へ進展し、その後最大引張応力に対して垂直な方向に成長する

ことが分かった。この事は、多軸応力状態下にあるアパタイトセラミックスの疲労亀裂の成長の初期段階では、せん断応力の寄与が無視できないことを示している。

Abstract

Bioceramics such as apatite ceramics often fracture in vivo under conditions of multiaxial stress states rather than in simple uniaxial tension. It is, therefore, of considerable practical as well as basic interest to study fracture behaviour of bioceramics under these more complex conditions in order to provide a model for predicting fracture. It is also known that apatite ceramics show fatigue fracture due to subcritical crack growth under wet environments. However, the mechanism and fracture criterion of fatigue fracture under multiaxial stress states have not been clarified. In this study, mixed-mode fatigue crack growth behaviour of apatite ceramics was observed using flattened diametral compression disk specimens with three inclined Knoop surface flaws relative to compressive loading. In this test, mixed-mode (mode I + mode II) fracture from Knoop surface flaws can be examined for stress state ranging from pure mode I (tensile stress only) to pure mode II (shear stress only) by proper orientation of Knoop surface flaws relative to compressive loading direction. A commercial available apatite powder is used as a starting material. The powder is put in a metal mold and uniaxial pressed, and sintered at several temperature. Observations of fatigue crack growth under mixed-mode stress states show that in the early stage of subcritical crack growth, fatigue cracks grow in the direction of the maximum shear stress, and then the tip of the cracks align normal to the maximum tensile stress. The findings show that contribution of shear stress can not be disregarded in the early stage of fatigue crack growth of apatite ceramics under multiaxial stress state.

1. 緒 言

近年、線形破壊力学とワイブル統計を用いることにより、曲げ試験のような試験体レベルではバイオセラミックスの疲労寿命の予測が可能になった¹⁾。この予測理論では、疲労亀裂の成長則や破壊靱性の決定においては、引張応力が亀裂に垂直に作用するモードI荷重条件だけが考慮されてきた。しかし、生体内で機能するバイオセラミックスでは、破壊の起点となる亀裂は通常多軸応力状態下で成長し、疲労破壊を起こすと考えられる。多軸応力状態下にある亀裂



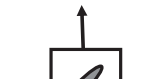
には垂直応力に加えて、亀裂に平行にせん断応力（モードⅡ：面内せん断、あるいはモードⅢ：面外せん断）が作用するため、疲労寿命の予測には混合モード荷重条件下での疲労破壊を理解する必要がある。

現在までに、脆性材料の混合モード荷重条件下における破壊に関しては、非対称4点曲げ試験²⁾、Diametral compression 試験³⁾、Anticlastic bedding 試験⁴⁾などが用いられ、モードⅡおよびモードⅢ破壊靱性や破壊のクライテリオン（不安定破壊の条件）の決定が試みられてきた。しかし、混合モード荷重条件下での疲労破壊については、疲労亀裂の進展経路や成長則そして不安定破壊の条件など、実験データを十分な精度で説明する理論はいまだ得られていない。そこで本研究では、Diametral compression 試験を用いて、二軸応力状態下にあるアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動を、亀裂の進展方向と主応力、そして焼結体の微構造との関係から評価した。

2. 研究の背景

Table 1 に一軸応力状態あるいは多軸応力状態下にある脆性材料の破壊に関して、これまでに提案された破壊統計モデルを示す。バイオセラミックスのような脆性材料では、材料強度を

Table 1 Statistical fracture model of ceramics under uniaxial and multiaxial stress state.

Statistical fracture model	Stress state	Schematic
Weibull weakest link theory (1939)	Uniaxial	
Principle of independent action Barnett (1967), Freudenthal (1968)	Multiaxial	
Shear-insensitive Shear-sensitive Batdorf (1974, 1978)	Multiaxial	

決定する亀裂の大きさがある分布をもつため、強度や疲労寿命データはバラツキを示し、力学的信頼性を確立するには強度データを統計的に取り扱う必要がある。材料強度の統計的取り扱い、引張応力が亀裂に垂直に作用する場合（モードⅠ）について、ワイブル⁵⁾が最弱リンク

説に基づいて極値統計分布関数の一つを用いて解析したのが最初である。この分布関数はワイブル分布関数と呼ばれ、現在でも脆性材料の曲げ強さや疲労寿命、あるいは接着強さの解析などに応用されている。

しかし、ワイブル分布関数は一軸応力状態を仮定しているため、亀裂周辺の応力場が二軸あるいは三軸応力状態の場合、その適用性については疑問が残る。そこで Barnett ら⁶⁾あるいは Freudenthal⁷⁾は、亀裂が二軸応力状態下（引張り－引張り）にある場合、各引張応力の亀裂に垂直な応力成分が独立に作用して破壊が起こると考えた。これを Principle of independent action という。しかし彼らの考えにおいては、亀裂面に平行に作用するせん断応力の効果だけでなく、各引張応力の相互作用も無視されている。その後、Batdorf ら^{8,9)}は各引張応力の相互作用を考慮した統計モデルとせん断応力の寄与も考慮した統計モデルを提案している。Batdorf らの2つのモデルのいずれを用いるかについては、多軸応力状態下にある亀裂の疲労破壊に及ぼすせん断応力の影響を明らかにする必要がある。

一方破壊力学の進歩により、アパタイトセラミックス¹⁾は水が存在する環境下では、亀裂先端の応力拡大係数とその臨界値である破壊靱性以下でも、亀裂はゆっくりと成長し、やがてある条件（破壊のクライテリオン）に達すると亀裂は不安定破壊を起こすことが知られている。この臨界値以下での亀裂の成長は Subcritical crack growth あるいは Slow crack growth と呼ばれている。Table 2 に、アパタイトセラミックスのような酸化物からなるセラミックスの

Table 2 Fracture mechanics model of ceramics under uniaxial and multi-axial stress state.

	Mode-I	Mixed-mode (mode I + mode II)
Direction of crack growth	Coplanar	Noncoplanar ?
Subcritical crack growth	$V = AK_I^n$ or $V = V_0 \exp(bK_I)$	$V = V_0 \exp(BK_{eff}^2)$?
Fracture criterion	$K_I > K_{Ic}$	$K_{eff} = \frac{K_I + \left[K_I^2 + 4 \left(\frac{K_{II}}{C} \right)^2 \right]}{2}$ $K_{eff} > K_{Ic}$?

破壊力学モデルを示す。引張応力が亀裂面に垂直に作用するモード I 荷重条件下では、亀裂の成長速度の実測データは応力拡大係数 K_I のべき乗関数¹⁰⁾あるいは指数関数¹¹⁾を用いて十分な精度で表せる。また、モード I 荷重条件では、Subcritical crack growth の方向も破壊の起点と

なる亀裂と同じ面内、すなわち Coplanar である。さらに破壊のクライテリオンについても、亀裂先端の応力拡大係数が破壊靱性を超える ($K_I > K_{IC}$) と不安定破壊が起こることが知られている。

しかし、亀裂に垂直に引張応力が作用するモード I 荷重に加えて、亀裂面に平行にせん断応力が作用する混合モード荷重条件では、Singh と Shetty¹²⁾がソーダ石灰ガラスについて、亀裂の成長は Coplanar ではなく屈曲して成長する Noncoplanar であると報告しているものの、混合モード荷重条件下でのアパタイトセラミックスの疲労亀裂の成長方向が Coplanar であるのか、あるいは Noncoplanar であるかは不明である。また亀裂の成長則においても、モード II の応力拡大係数 K_{II} の寄与を考慮した有効応力拡大係数 K_{eff} を用いて、Shetty ら¹³⁾が混合モード荷重条件下での成長則および破壊のクライテリオンの実験式を提案しているが、この式の適用性については検証が不十分である。そこで本研究では、アパタイトセラミックスの二軸応力状態下での疲労破壊に及ぼすせん断応力の影響を明らかにするために、種々の高密度と微構造をもつアパタイトセラミックスのモード I とモード II 混合モード荷重条件下での Subcritical crack growth の挙動を観察した。

3. 材料と方法

市販のアパタイト粉末 (P120, Plasma Biotol) 2 g を金型に填入し、200MPa の圧力で一軸加圧して円板状圧粉体を作製した。この圧粉体を昇温速度 5 °C/min で空气中 1200 °C から 1450 °C までの各温度で 2 時間と 32 時間の 2 条件で焼成し、種々の高密度と微構造をもつアパタイトセラミックス円板 (直径 13mm、厚さ 3 mm) を作製した。

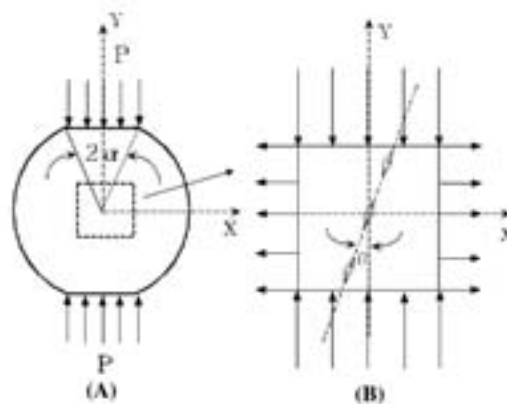


Fig.1 Geometry of flattened diametral compression test specimen (A) with three Knoop surface flaws inclined at θ relative to the minimum principal stress (B). The three surface flaws were subjected to compressive and tensile stress simultaneously.

混合モード荷重条件での静疲労試験には、Fig.1(A)に示す Flattened diametral compression 試験体を用いた。Diametral compression 試験は古くから脆性材料の引張強さを求めるために用いられてきた方法であり、円板状試験体の直径方向に圧縮荷重を負荷すると、荷重点付近では圧縮応力が、円板の中心部分では荷重方向に垂直な引張応力が発生する。そして円周の一部に求心的な分布荷重が作用した場合の応力分布の弾性解は Hondoros¹⁴⁾により報告され、Diametral 引張強さの規格もこの弾性解を基礎にしている。しかし、円板状試験体を用いた Diametral compression 試験では、圧縮荷重の荷重点直下の領域に大きな圧縮応力が集中し、その結果まず荷重点近傍で破壊が起こり、円板内部の応力状態が Hondoros 解と異なる可能性が高いと言われている。また本研究のように二軸応力状態下における Subcritical crack growth の成長挙動を観察する場合、導入する予亀裂と圧縮荷重がなす角度を正確に制御する必要があり、円板状試験体ではそれは実際上不可能である。そこで本研究では、尾田と山崎¹⁵⁾が提案した、荷重軸に垂直に円周部分を一部平坦化した Flattened diametral compression 試験体を用いた。Flattened diametral compression 試験体の応力分布については正確な弾性解は得られていないが、佐藤¹⁶⁾が有限要素法を用いて、そして Fahad¹⁷⁾が境界要素法を用いて Hondoros 解との比較を行い、平坦部分の幅が小さいとき、すなわち Fig.1(A)における内角 2α が 20° までの範囲では、十分な精度で Hondoros 解と一致することを報告している。そこで本研究では、作製したアバタイトセラミックス円板の円周の一部を、その内角が 20° となるようにダイヤモンド精密切断機 (MPC-200、ムサシノ電子) を用いて平行に切断した。

Flattened diametral compression 試験体はその両面を #1200 までの SiC 耐水研磨紙で研磨後、 $1\mu\text{m}$ ダイヤモンドスラリーで鏡面研磨した。鏡面研磨した試験体の片面中心部に、Fig.1(B)に示すように荷重軸に対して角度 θ 傾けた直線上に Knoop 圧子を圧入 (9.8N、30秒、微小硬度計 HMV、島津製作所) し、3個の圧痕からメディアアン亀裂を成長させてこれを予亀裂とした。このとき各圧痕の間隔は $750\mu\text{m}$ とし、圧縮荷重に対する角度 θ は 5° から 30° まで 5° きざみで変化させた。その後圧痕周囲の残留応力を除去するために、 600°C で13時間試験体を空气中で焼成後、炉内で徐冷した。

Fig.2(A)に Flattened diametral compression 試験体中心部の二軸応力状態と Knoop 圧痕から成長した予亀裂に垂直に作用する引張応力 σ とせん断応力 τ を示す。また、Fig.2(B)は圧縮の主応力と Knoop 圧痕とのなす角 θ の関数として計算した σ と τ の変化を示す。Flattened diametral compression 試験体では、最小主応力 (圧縮) と Knoop 圧痕のなす角度 θ を変化させることにより、種々の荷重条件が達成可能である。まず $\theta = 0^\circ$ では、せん断応力 τ がゼロとなり、純粋なモード I 荷重条件が得られる。また、 $\theta = 30^\circ$ では逆に σ がゼロとなり、純粋なモード II 荷重条件になる。そして θ が 0° から 30° の範囲では、角度 θ に依存して種々の条件の混合モード (モード I + モード II) 荷重条件が達成できる。なお、Fig.2(B)から明ら

かなように、 θ が 30° 以上では、亀裂に垂直に作用する応力が圧縮となり Subcritical crack growth が起こらないと考えられるので、本研究ではこの範囲の角度は除外した。

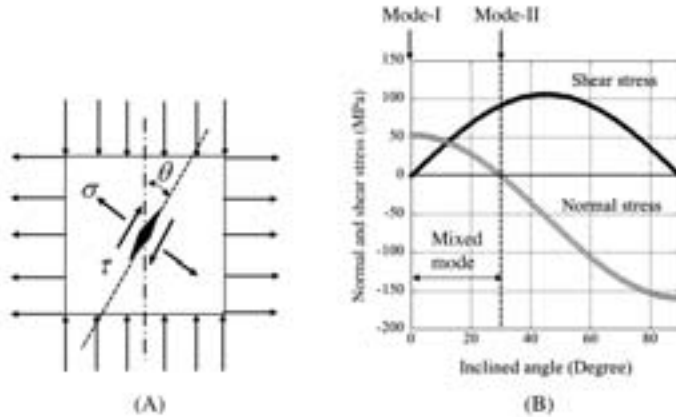


Fig.2 A Knoop surface flaw inclined at θ relative to the minimum principal stress (A) and normal and shear stress as a function of inclined angle θ calculated by Hondors's equation (B). These stresses were calculated when the compressive load of 6,000 N loaded on the flattened disk specimen with a diameter of 13 mm and a height of 3 mm. Mixed-mode (mode-I + mode-II) fatigue crack growth from the Knoop surface flaws can be examined for stress state ranging from pure mode-I ($\theta = 0^\circ$) to pure mode-II ($\theta = 30^\circ$) by proper orientation of Knoop surface flaw relative to the minimum principal stress.

静荷重疲労試験機（試作品、伊藤エンジニアリング）に圧縮ジグを設置し、Flattened diametral compression 試験体の上下の平坦部分に一定の静荷重を負荷して予亀裂を成長させた。亀裂の成長が停止した場合には、さらに荷重を増加した。なお Subcritical crack growth を促進するために、荷重の負荷中試験体には随時室温（ 22°C ）の蒸留水を滴下した。静疲労試験終了後、試験体は空気中で 1000°C まで加熱昇温し、10分間保持して粒界を熱エッチング処理した。その後 Subcritical crack growth の方向と主応力の関係は、デジタル光学顕微鏡（VHX-200、キーエンス）および走査型電子顕微鏡（S-4500、日立製作所）にて観察した。

4. 結果と考察

Fig.3に種々の条件で焼結させたアパタイトセラミックスの嵩密度の焼結温度依存性を示す。Plasma Biotol社製のアパタイト粉末は、緻密な焼結体を得るには 1250°C で32時間あるいは 1350°C では2時間焼成する必要がある。なおSEM観察から、焼結体の粒径は 1250°C で2時間

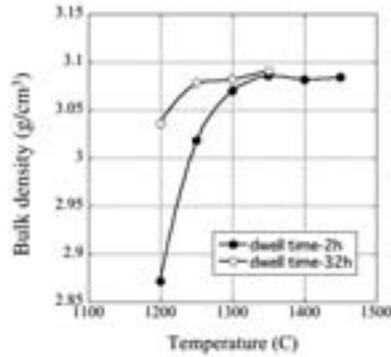


Fig.3 Bulk density of apatite ceramics sintered from 1200°C to 1450°C for 2 hours or 32 hours. Relative density of the apatite ceramics sintered at 1350°C for 2 hours has reached to 97.8% of theoretical density.

焼成した場合にはおよそ数 μm であるが、1350°Cで2時間焼成した場合、10 μm 以上にまで結晶粒は成長していた。Fig.4に1250°Cで2時間焼成したアパタイトセラミックスの疲労亀裂のSEM像を示す。この場合、圧縮荷重とKnoop圧痕との角度は10°であり、SEM像に示した太い黒矢印は予亀裂近傍での最小主応力（圧縮）と最大主応力（引張り）の方向を示している。この条件では、疲労亀裂は予亀裂の方向から屈曲を繰り返して成長し、その成長方向は最大主応力に対して70°、最小主応力に対して20°の方向であった。また、SEM像から、疲労亀裂の大部分は粒界を進展しているものの、一部粒内破壊を起こしながら成長する部分も観察された。Fig.5に、Fig.4と同じ条件の試料の疲労亀裂の進展挙動を示す。この試料においても、疲労亀裂の進展方向は最大主応力に対して68°、最小主応力に対して22°の方向であった。

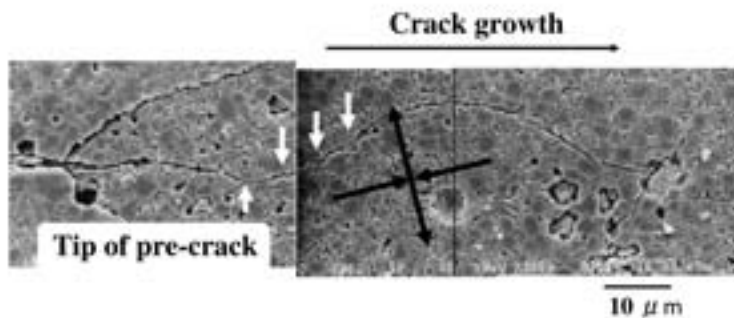


Fig.4 Behaviour of subcritical crack propagation for the apatite ceramics sintered at 1250°C for 2 hours. The pre-crack developed at the corner of Knoop impression inclined at 10 degrees relative to the minimum principal compression stress. The thick black arrows represent the direction of principal stress.

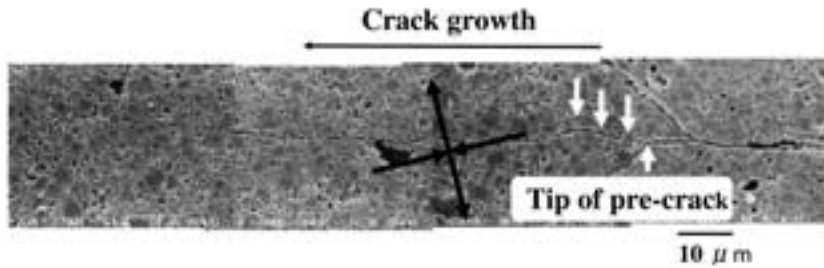


Fig.5 Behaviour of subcritical crack propagation for the apatite ceramics sintered at 1250°C for 2 hours. The pre-crack developed at the corner of Knoop impression inclined at 10 degrees relative to the minimum principal compression stress.

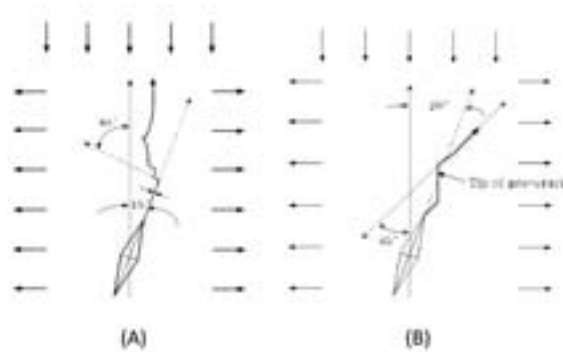


Fig.6 Schematic representations of subcritical crack growth for apatite ceramics under mixed-mode stress state

Fig. 6に1350°Cで2時間焼成したアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動を模式的に示す。Fig. 6(A)は圧縮荷重と Knoop 圧痕とのなす角度が15°の場合、Fig. 6(B)は20°の場合である。いずれの場合においても、予亀裂から成長した疲労亀裂は成長の初期段階では屈曲を繰り返すが、その進展方向はせん断応力が最大となる方向、すなわち最大主応力と最小主応力に対しておよそ45°の方向であることが分かった。また疲労亀裂はその後、最大主応力に対して垂直な方向に向きを変えて進展していた。すなわち、混合モード荷重条件では、アパタイトセラミックス中の疲労亀裂の進展は、その高密度や微構造にかかわらず、初期段階ではせん断応力に大きく依存して進展し、やがて引張応力が支配するモード I 荷重条件下での破壊に移行することが分かった。この観察結果は、小野ら¹⁸⁾がアルミナやイットリア焼結体において観察した Noncoplanar な亀裂成長の挙動と類似した結果であった。ただし彼らの実験では、予亀裂は一軸引張応力状態で最大主応力に対して種々の角度で導入されている。

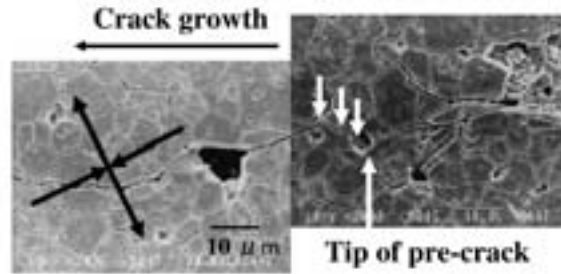


Fig.7 Behaviour of subcritical crack propagation for the apatite ceramics sintered at 1350°C for 2 hours. The pre-crack developed at the corner of Knoop impression inclined at 30 degrees relative to the minimum principal compression stress.

Fig.7に1350°Cで2時間焼成したアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動を示す。この試料では Knoop 圧痕と圧縮荷重のなす角度は30°であり、純粋なモードII 荷重条件である。疲労亀裂はせん断応力が最大になる、最小主応力に対しておよそ45°の方向へ成長していることがわかる。またこの条件では、粒径は10 μ m以上まで成長しており、疲労亀裂の成長は大部分が粒内破壊であった。Fig.8とFig.9は、Fig.7と同じ条件の試料について、モードII 荷重条件下での疲労亀裂の進展挙動である。いずれの試験体においても、せん断応力が最大になる、最小主応力に対して45°の方向へ亀裂が進展していることが分かった。

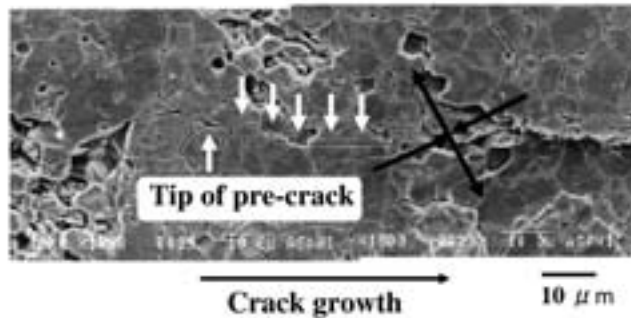


Fig.8 Behaviour of subcritical crack propagation for the apatite ceramics sintered at 1350°C for 2 hours under pure mode-II stress state. The pre-crack developed at the corner of Knoop impression inclined at 30 degrees relative to the minimum principal compression stress.

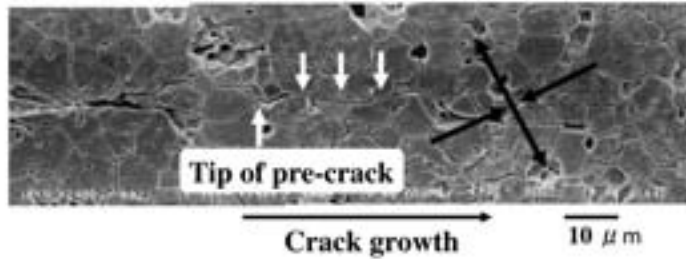


Fig.9 Behaviour of subcritical crack propagation for the apatite ceramics sintered at 1350°C for 2 hours. The pre-crack developed at the corner of Knoop impression inclined at 30 degrees relative to the minimum principal compression stress.

混合モード荷重条件下での破壊のクライテリオンに関して、最大円周応力説、最大ひずみエネルギー解放率説、そしてひずみエネルギー密度説がこれまで提案されている。しかし、いずれのクライテリオンも実験データを十分に説明できる状況ではない。まず Erdogan ら¹⁹⁾が提案した最大円周応力説では、予亀裂前方の円周応力が最大となる方向に疲労亀裂が成長する。このとき円周応力 σ_θ は(1)式で与えられる。

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) \quad (1)$$

ここで、 r 、 θ は亀裂先端の極座標、 K_I 、 K_{II} はモード I とモード II の破壊靱性であり、疲労亀裂と予亀裂のなす角度を θ_m とすれば、(2)式で与えられる。

$$\theta_m = \mp \cos^{-1} \left(\frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{8K_{II}^2 + K_I^2}}{9K_{II}^2 + K_I^2} \right) \quad (2)$$

(2)式から、純粋なモード II 荷重条件では、 $\theta_m = 70.5^\circ$ が予測される。

一方、Smith と Maiti²⁰⁾そして Ichikawa²¹⁾によって提案されている最大ひずみエネルギー解放率説は、亀裂前方のひずみエネルギー解放率が最大となる方向へ亀裂が成長する説であり、ひずみエネルギー解放率の最大値 G_{\max} は(3)式で与えられる。

$$G_{\max} = \frac{1}{2E'} \left(K_I^2 + 3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 6K_{II}^2} \right) \quad (3)$$

ここで、 E' は平面応力状態では $E' = E$ 、平面ひずみ状態では $E' = E / (1 - \nu^2)$ であり、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。最大ひずみエネルギー解放率説によれば、純粋なモード II

荷重条件では疲労亀裂は予亀裂に対して76°の角度で進展すると予測される。

最後にひずみエネルギー密度説では、 $Sih^{22)}$ はひずみエネルギー密度が最小の方向に亀裂は進展すると考えた。この場合、疲労亀裂の進展方向 θ_m は(4)式で与えられる。

$$\theta_m = \cos^{-1} \left[\frac{1-2\nu}{3} \right] \quad (4)$$

ここで、 ν はポアソン比である。アパタイトセラミックスのポアソン比を $\nu=0.27$ すれば、 $\theta_m=81^\circ$ が予測される。本研究では、1350°Cで2時間焼結したアパタイトセラミックスについて、モードII荷重条件下($\theta=30^\circ$)で疲労亀裂の進展挙動を観察したところ、疲労亀裂は最小主応力に対して45°、これは予亀裂に対する角度 θ_m で表せば75°の方向へ成長していた。 θ_m の値だけでみれば、アパタイトセラミックスの混合モード荷重条件下での破壊のクライテリオンは最大ひずみエネルギー解放率説が有望となる。今後はモードIおよびモードII破壊靱性の精密測定から、混合モード荷重条件下でも最大ひずみエネルギー解放率説が実験データを説明できるか検証し、破壊のクライテリオンの決定を試みたいと考えている。

5. 結 論

本研究では、Knoop圧痕を導入したFlattened diametral compression試験体を用いて、二軸応力状態(圧縮-引張り)下でのアパタイトセラミックスの疲労亀裂の進展挙動を観察した。その結果、混合モード荷重条件下での疲労亀裂の進展挙動の観察から、Subcritical crack growthの初期段階では、亀裂はせん断応力が最大となる方向へ進展し、その後最大主応力に対して垂直な方向に成長することが分かった。この事は、多軸応力状態下にあるアパタイトセラミックスの疲労亀裂の成長の初期段階では、せん断応力の寄与が無視できないことを示している。さらに、モードII荷重条件下での疲労亀裂の進展方向から、疲労破壊のクライテリオンは最大ひずみエネルギー解放率説が有望であることが示唆された。

参考文献

- 1) 若松宣一、後藤隆泰、足立正徳、他、*歯科材料・器械*、**11**,527(1992).
- 2) Suresh S, Shin CF, Morrone A and O'Dowd NP, *J Am Ceram Soc*, **73**,1257(1990).
- 3) Shetty DK, Rosenfield AR and Duckworth WH, *Engg Fracture Mech*, **26**,825(1987).
- 4) 大路清嗣、*材料*、**16**,213(1966).
- 5) Weibull W, *Genioersvetenskapsakad Handl*, **151**,45(1939).
- 6) Barnett RL and Connors CL, Hermann PC and Wingfield JR, *Rept No AFFDL-TR-66-220, US Air Force Flight Dynamic Laboratory*(1967).
- 7) Freudenthal AM, In *Fracture, Advanced Treatise*, Vol2, ed. by Liebowitz H(1968), pp-591.
- 8) Batdorf SB and Crose JG, *J Appl Mech*, **41**,459(1974).
- 9) Batdorf SB and Heinisch Jr HL, *J Am Ceram Soc*, **61**,355(1978).
- 10) Ritter Jr JE and Meisel JA, *J Am Ceram Soc*, **59**,478(1976).
- 11) Wiederhorn SM, Fuller ER and Thomson R, *Metal Sci*, **14**,450(1980).
- 12) Singh D and Shetty DK, *J Am Ceram Soc*, **73**,3597(1990).
- 13) Shetty DK and Rosenfield AR, *Scripta Metallurgica et Materialia*, **25**,997(1991).
- 14) Hondros G, *Aust J Appl Sci*, **10**,243(1959).
- 15) 尾田十八、山崎光悦、*日本機械学会論文集*、**44**,478(1978).
- 16) 佐藤嘉晃、*材料*、**36**,1219(1987).
- 17) Fahad MK, *J Mater Sci*, **31**,3723(1996).
- 18) 小野 孝、竹之下 健、内村弘志、梶 正巳、*日本セラミックス協会誌*、**102**,240(1993).
- 19) Erdogan F and Sih GC, *J Basic Eng*, **85**,519(1963).
- 20) Smith RA and Maiti SK, *Int J Fracture Mech*, **23**,281(1983).
- 21) Ichikawa M, *Eng Fracture Mech*, **26**,311(1987).
- 22) Sih GC, *Int J Fracture*, **10**,305(1974).

(Accepted November 30 , 2012)